Banque « Agro-Véto »
C – 0316

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée : 2 heures

Il sera tenu compte de la rigueur des explications et du soin apporté à leur présentation. L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve. Les trois parties sont indépendantes. ***Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*** *Aucune connaissance en biologie n'est nécessaire pour résoudre les parties 2 et 3.*

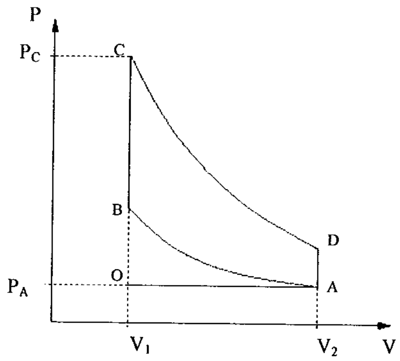
Partie 1 : Étude thermodynamique d'un moteur essence d'une voiture

On se propose d'étudier le moteur essence d'une voiture.

Document 1 : Caractéristiques thermodynamiques du moteur de la voiture

On assimile le *mélange initial et les gaz d'échappement* à un **gaz parfait unique** de coefficient de Laplace (ou rapport des capacités thermiques) γ = 1,4 (l'air étant majoritaire) et de capacité thermique à volume constant $C_V = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$.

On modélise le cycle thermodynamique subi par ce gaz parfait par le cycle théorique de Beau de Rochas, qui est un cycle à quatre temps (voir schéma ci-dessous).



Admission O-A : transformation isobare et isotherme à pression atmosphérique P_A = 1,013 × 10^5 Pa *et température atmosphérique T_A* = 293 K du volume V_1 jusqu'au volume V_2.

Compression A-B : transformation adiabatique réversible jusqu'au volume V_1 et la température T_B.

Combustion B-C : transformation isochore jusqu'à la température T_C.

Détente C-D : transformation adiabatique réversible, avec une température finale dans l'état D : T_D = 1,1 × 10^3 K.

Ouverture de la soupape : transformation isochore D-A.

Phase d'échappement A-O : transformation isobare.

Document 2 : Caractéristiques mécaniques du moteur de la voiture

- La cylindrée V_m d'un moteur correspond au volume balayé par la course des pistons, soit $V_m = V_2 - V_1$.
- Le taux de compression volumétrique $a = \dfrac{V_2}{V_1}$ est le rapport entre le volume interne du cylindre lorsque le piston est au "point mort bas" et le volume au "point mort haut". Ce chiffre est souvent théorique car il ne tient pas compte de l'ouverture/fermeture des soupapes.
- Le moteur étudié a une cylindrée V_m *de valeur 1,2 L et un taux de compression volumétrique a* de *9,6*.
- Pour un moteur à 4 temps, 1 cycle thermodynamique correspond à 2 tours moteur.

Document 3 : Autour du carburant

- Lorsque le véhicule roule en 5ème à la vitesse v_0 = 90 km/h, la consommation c de carburant pour une distance parcourue d_0 = 100 km au régime moteur de fréquence N = 2500 tr/min est alors : c = 5,4 L.
- La chaleur de combustion L_c de l'essence (énergie thermique libérée par litre de carburant consommé) est L_c = 35,5 MJ/L.

1. Exprimer les volumes V_1 et V_2 en fonction en fonction de la cylindrée V_m et du rapport volumétrique a. Calculer leurs valeurs numériques.

2. Exprimer la température T_B en fonction de T_A, a et γ. Calculer sa valeur numérique.
3. La température T_C dépend de la quantité de carburant brûlé à chaque cycle.
   3.1 Justifier que le volume de carburant consommé à chaque cycle a pour expression :

   $V_{cycle} = \dfrac{c \times v_0}{N \times d_0 \times 30}$ lorsque les grandeurs c, v_0, N, d_0 sont exprimées dans les unités de l'énoncé.

   Vérifier ensuite l'homogénéité de la formule à l'aide d'une équation aux dimensions (on utilisera respectivement les lettres L et T pour les dimensions d'une longueur et d'un temps). Calculer la valeur numérique de V_{cycle}.

   3.2 Soit Q_{BC} l'énergie thermique reçue par le gaz au cours de la combustion BC. Exprimer la relation entre Q_{BC} et le volume de carburant V_{cycle}. Calculer la valeur numérique de Q_{BC}.

   3.3 De même, exprimer la relation entre T_C et Q_{BC}. En déduire la valeur numérique de T_C.
4. Définir puis exprimer le rendement thermodynamique η du cycle de Beau de Rochas en fonction des températures caractéristiques du cycle. Calculer η et commenter sa valeur.

Partie 2 : Aération d'un étang piscicole

Il est important de veiller à la qualité de l'eau dans les étangs piscicoles et en particulier à l'élimination des matières organiques, polluantes quand elles sont en excès. Leur dégradation peut être faite de manière biologique par des bactéries qui transforment des matières organiques en substances pouvant être absorbées par les plantes.

Dans ce problème, on se propose d'étudier les conditions de survie d'une bactérie aérobie dans l'un de ces étangs (supposé à température constante). Pour vivre, la bactérie consomme du dioxygène dissous dans l'eau. La pénétration de celui-ci dans la bactérie se fait à travers toute sa paroi. La concentration en dioxygène diminue autour d'elle et un phénomène de diffusion s'opère des zones les plus concentrées (loin de la bactérie) aux zones les moins concentrées (autour de la bactérie). Pour simplifier l'étude de cette diffusion et la modéliser, nous n'étudierons que le régime permanent (stationnaire) et nous supposerons que les bactéries sont suffisamment éloignées les unes des autres pour pouvoir considérer la diffusion autour d'une bactérie comme isotrope (indépendante de la direction).

Données :

- **Bactérie aérobie** (que l'on appellera « bactérie » par la suite): modélisée par une sphère supposée fixe de masse m, de rayon R et de masse volumique ρ : $\rho = 1{,}0 \times 10^3$ kg.m^{-3}.
- **Consommation en dioxygène de la bactérie** : proportionnelle à la masse m de la bactérie ; taux horaire A de consommation de dioxygène par unité de masse de bactérie : $A = 2{,}0 \times 10^{-2}$ mol.kg^{-1}.s^{-1}.
- **Sphère** de rayon R : Volume $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; Surface $S = 4\pi R^2$.
- **Nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$:** $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}.
- **Densité particulaire n_0 de dioxygène dissous** à grande distance de la bactérie : $n_0 = 1{,}2 \times 10^{23}$ m^{-3}.
- **Coefficient D de diffusion du dioxygène dans l'eau de l'étang :** $D = 2{,}1 \times 10^{-9}$ m^2.s^{-1}.

1. En faisant un bilan de matière sur les molécules de dioxygène pour le système bactérie, montrer qu'en régime permanent (stationnaire), l'expression du flux Φ entrant de molécules de dioxygène dans la bactérie peut se mettre sous la forme : $\Phi = A \times \mathcal{N}_A \times m$. Donner l'unité de Φ.
   En déduire une expression de Φ en fonction de A, $\mathcal{N}_A$, R et ρ.
2. Pour une bactérie sphérique de rayon R = 8 µm, calculer la valeur numérique du nombre total de molécules de dioxygène qu'elle a besoin de consommer par unité de temps pour vivre.
3. Etant donnée la géométrie du problème, donner l'unique variable d'espace dont dépend la densité particulaire n de dioxygène dissous dans l'eau. Enoncer dans le cadre de cette géométrie la loi de Fick ainsi que la définition du flux Φ de dioxygène **entrant** dans la bactérie (on demande une expression littérale sous forme d'intégrale).

4. Montrer que la densité n_S de particules en dioxygène dissous sur la surface extérieure de la bactérie peut s'écrire : $n_S = n_0 - \frac{\Phi}{4\pi DR}$. On rappelle qu'en régime permanent (stationnaire), le flux Φ est indépendant de r pour toute sphère de rayon $r > R$.
5. Donner la condition sur n_S qui rendrait le modèle du régime proposé précédemment non-cohérent.

Si le régime permanent (stationnaire) ne peut s'établir, l'apport en dioxygène n'est pas suffisant et la bactérie meurt.

6. En déduire l'expression du rayon critique R_c de la bactérie lui permettant de survivre (en fonction de n_0, D, $\mathcal{N}_A$, A et ρ). Calculer la valeur de R_c. Indiquer si les bactéries de rayon R = 8 µm peuvent survivre dans l'étang considéré ou si une aération complémentaire de l'étang est nécessaire.

Partie 3 : Biomécanique simplifiée du saut de la puce

(*D'après* Sutton G. and Burrows M. (2011), Biomechanics of jumping in the flea, *J. Exp. Biol.* **214**, 836-847)

La biomécanique de la locomotion des insectes est un sujet d'étude ancien, mais qui n'est pas encore entièrement élucidé à ce jour. Parmi les différents insectes étudiés, les puces retiennent l'attention en raison de leurs remarquables capacités de saut. On se propose dans ce sujet d'étudier le saut d'une puce en vérifiant la qualité du modèle proposé.

1. Vitesse initiale de la puce

Pour étudier le saut d'une puce, il faut connaître la vitesse initiale de la puce. C'est l'objet de cette première question. Un enregistrement vidéo haute fréquence du saut est réalisé, afin de repérer la position de l'insecte tout au long du mouvement ; la puce est assimilée dans cette question à un point matériel P. Le saut est étudié dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_g$ supposé galiléen. L'origine O du repère choisi correspond à la position de la puce au début du saut (moment où la puce décolle), le saut se déroulant dans un plan vertical $e_x; e_y$ où $O; e_x$ est l'horizontale vers la droite et $O; e_y$ la verticale vers le haut du lieu. La puce P, repérée par son abscisse x et son ordonnée y, possède une vitesse initiale v_0, de norme v_0, faisant un angle α avec l'horizontale $O; e_x$.

1.1 En faisant l'hypothèse que les frottements de l'air sur l'insecte sont négligeables par rapport à son poids, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la puce dans le repère proposé puis l'équation de la trajectoire $y = \mathrm{f}_1(x)$.

1.2 Montrer que la courbe $\frac{y}{x} = \mathrm{f}_2(x)$ est une droite dont on déterminera les expressions du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine.

1.3 L'enregistrement a conduit aux valeurs suivantes :

x (cm)	1,00	3,00	5,00	7,00	10,0	15,0
y (cm)	0,788	2,11	2,97	3,52	3,50	1,52

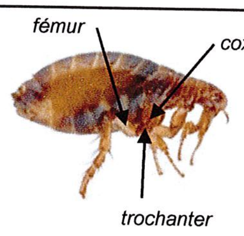
En déduire la valeur de l'angle α et montrer que la vitesse initiale v_0 est de l'ordre de 4,7 km.h^{-1}.
Donnée : accélération de la pesanteur g = 9,81 m.s^{-2}

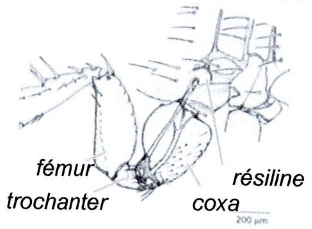
2. Validité du modèle

C'est grâce à une protéine élastique, la résiline ***(voir document 1)****, que la puce emmagasine l'énergie nécessaire au saut : un coussinet comprimé de résiline situé dans chacune des deux pattes postérieures permet, lorsqu'il est relâché, de créer une impulsion grâce au pivotement du trochanter (articulation entre coxa et fémur) au contact du sol.*

Dans le ***document 2*** *un modèle très simplifié du saut d'une puce est proposé. L'objectif de l'étude qui suit est de se prononcer sur la validité du modèle biomécanique proposé.*

Document 1 : la puce





Document 2 : modélisation de la détente

Chaque coussinet de résiline est assimilable à un ressort idéal de constante de raideur k, qui se détend selon un axe (Tz) faisant un angle constant α par rapport à l'horizontale. Le trochanter reste au contact du sol en T jusqu'à la détente complète. On note z(t) la longueur TM du ressort au cours de la détente, z_0 sa longueur à vide et Δz_{max} la variation maximale de la longueur du ressort lors de la détente. Le point M est l'autre extrémité du ressort modélisant le point situé dans le corps de la puce.

Variation totale de la longueur de l'axe coxa-trochanter lors de la détente : Δz_{max} = 100 µm

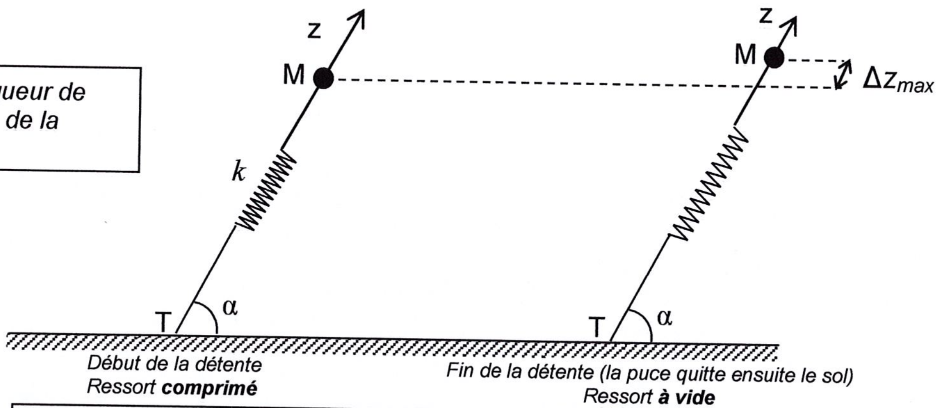


Schéma correspondant au modèle de l'une des pattes postérieures de la puce pour la détente.
Le schéma est identique pour la seconde patte postérieure.

2.1 L'angle α étant constant lors de la détente, donner la nature du mouvement du point M au cours de cette détente. En déduire la direction du vecteur accélération du point M.

2.2 Les frottements de l'air étant négligés, la puce constitue un système conservatif, pour lequel on pourra négliger les variations de l'énergie potentielle de pesanteur. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie entre le début et la fin de la détente, établir l'expression de la constante de raideur *k* en fonction de *m*, v_0 et Δz_{max} ; on rappelle que la puce possède **2 pattes** qui lui permettent de se propulser.

2.3 Sachant que la masse de la puce est *m* = 0,69 mg, calculer *k*.

2.4 En exploitant le bilan énergétique réalisé précédemment, montrer que l'équation différentielle du mouvement du point M lors de la phase de détente peut s'écrire : $\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = \frac{2k(z_0 - z)}{m}$.

2.5 En déduire l'expression de l'accélération maximale de l'insecte lors de cette phase. Calculer sa valeur en unité SI puis l'exprimer en nombre de *g* (accélération de la pesanteur).

2.6 Indiquer, en justifiant la réponse, si le modèle proposé traduit correctement le saut de la puce. On pourra s'aider du **document 3**.

Document 3 : Quelques ordres de grandeur d'accélération

Système	*Formule 1 (démarrage)*	*Homme (maximale supportée durablement)*	*Puce (saut)*
Accélération *(en g)*	*environ 3*	*de l'ordre de 9*	*150 à 200*